

Exercices de mathématiques - Théorèmes - Algèbre linéaire

S al-tl.1. [1 - B. Ischi 06-07] Énoncer et démontrer l'inégalité de Cauchy-Schwartz.

S al-tl.2. [1 - B. Ischi 07-08] Énoncer et démontrer le théorème des dimensions.

Ø al-tl.3. [1 - B. Ischi 07-08] Présenter les notions de matrice, déterminant, matrice inverse et de diagonalisation.

S al-tl.4. [1 - B. Ischi 09-10] Présenter les notions de matrice et de diagonalisation (avec démonstrations).

S al-tl.5. [1 - B. Ischi 14-15] Donner et démontrer une formule pour l'inverse d'une matrice.

S al-tl.6. [1 - B. Ischi 14-15] Énoncer et démontrer une inégalité entre la multiplicité algébrique et la multiplicité géométrique d'une valeur propre.

S al-tl.7. [1 - B. Ischi 14-15] Énoncer et démontrer une condition nécessaire et suffisante relative au polynôme minimal d'une matrice A pour que A soit diagonalisable.

S al-tl.8. Théorie. [1 - B. Ischi 13-14]

Énoncer et démontrer le théorème de Cayley-Hamilton dans $M_n(\mathbb{C})$.

S al-tl.9. Théorie. [1 - B. Ischi 14-15]

Soient $A, B \in M_n(\mathbb{K})$. Démontrer que $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$.

S al-tl.10. Inégalité de Cauchy-Schwarz. [1 - B. Ischi 13-14]

Énoncer et démontrer l'inégalité de Cauchy-Schwarz dans un espace hermitien.

S al-tl.11. [1 - B. Ischi 14-15] Énoncer et démontrer le théorème du rang.

S al-tl.12. [1 - B. Ischi 14-15] Énoncer et démontrer le théorème de Cayley-Hamilton

S al-tl.13. [1 - B. Ischi 14-15] Soient $\sigma, \tau \in S_n$. Démontrer l'égalité:

$$\text{sign}(\sigma) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} \frac{\sigma(\tau(j)) - \sigma(\tau(i))}{\tau(j) - \tau(i)}$$

S al-tl.14. [1 - B. Ischi 15-16] Énoncer et démontrer l'inégalité de Cauchy-Schwarz dans le cas euclidien et dans le cas hermitien.

S al-tl.15. [1 - B. Ischi 15-16] Énoncer et démontrer un théorème relatif à l'unicité de la signature.

S al-tl.16. [1 - B. Ischi 15-16] Énoncer et démontrer le théorème du supplémentaire orthogonal.

S al-tl.17. [1 - B. Ischi 15-16] Énoncer et démontrer un théorème relatif à l'existence et l'unicité de l'adjoint.

S al-tl.18. [1 - B. Ischi 15-16] Énoncer et démontrer le théorème spectral pour les opérateurs auto-adjoints.

S al-tl.19. [1 - B. Ischi 15-16] Énoncer et démontrer un théorème relatif au rang de l'application transposée.

S al-tl.20. [1 - B. Ischi 16-17] Énoncer et démontrer les identités de polarisation dans le cas réel et dans le cas complexe.

S al-tl.21. [1 - B. Ischi 16-17] Énoncer et démontrer le théorème relatif au procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt.

S al-tl.22. [1 - B. Ischi 16-17] Énoncer et démontrer le théorème relatif à l'existence d'une base de Sylvester et l'unicité de la signature.

S al-tl.23. [1 - B. Ischi 17-18] Énoncer et démontrer le théorème relatif à l'existence d'une base de Sylvester.

S al-tl.24. [1 - B. Ischi 19-20] Énoncer et démontrer le théorème relatif à l'unicité de la signature.

S al-tl.25. [1 - B. Ischi 21-22] Énoncer et démontrer un théorème donnant une condition nécessaire et suffisante sur la matrice d'une forme bilinéaire symétrique pour que la forme soit non dégénérée.